



OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, 2.02.2019



CLASA a VII-a

**Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.
Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete. Timp de lucru: 3 ore.**

1. a) Arătați că $\sqrt{2020 \cdot 2021 + 2020 + 2021}$ este număr irațional
b) Aflați cel mai mare număr întreg negativ x cu proprietatea că $\sqrt{2020 \cdot 2021 + 2020 + 2021 + x} \in \mathbb{Q}$
c) Aflați cel mai mic număr natural n cu proprietatea că $\sqrt{2020 \cdot 2021 + 2020 + 2021 + n} \in \mathbb{Q}$.
2. Fie AB un diametru al cercului $\mathcal{C}(O, r)$. Prin punctul P , mijlocul lui $[OA]$, construim perpendiculara pe AB care intersectează cercul în C și D . Tangenta în C la cerc intersectează dreapta AB în M . Arătați că A este mijlocul segmentului $[OM]$.
3. a) Există numere naturale de forma $\overline{abcd}$ cu proprietatea că $\overline{ab}^2 - \overline{cd}^2 = 2020$?
b) Determinați numerele naturale de forma $\overline{abcd}$ cu proprietatea că $\overline{ab}^2 + \overline{cd}^2 = 2020$.
4. Fie ABC un triunghi ascuțitunghic, BD și CE înălțimile sale, unde $D \in (AC)$ și $E \in (AB)$. Bisectoarea $\sphericalangle ABD$ intersectează dreptele CE și AC în punctele M , respectiv P , iar bisectoarea $\sphericalangle ACE$ intersectează dreptele BD și AB în punctele N , respectiv Q .
Demonstrați că: a) $MNPQ$ este romb
b) $MNPQ$ este pătrat dacă și numai dacă $AB=AC$.